

Nombres Premiers Jumeaux : Proposition

Rémy Aumeunier
remy.aumeunier@libertysurf.fr

Amateur

Résumé La conjecture des nombres premiers jumeaux affirme qu'il existe une infinité de nombres premiers jumeaux : Cette conjecture partage avec l'hypothèse de Riemann et la conjecture de Goldbach le numéro 8 des problèmes de Hilbert, énoncés par ce dernier en 1900. Bien que la plupart des chercheurs en théorie des nombres pensent que cette conjecture est vraie, elle n'a jamais été démontrée. Ils se basent sur des observations numériques et des raisonnements heuristiques utilisant la distribution probabiliste des nombres premiers.

1 Conjecture

Il existe une infinité de nombres premiers p tels que $p + 2$ soit aussi premier.

1.1 État de l'art :Records

Le 15 janvier 2007, les deux projets de calcul distribué Twin Prime Search et PrimeGrid ont découvert le plus grand couple de nombres premiers jumeaux connu à l'époque, de 58 711 chiffres en écriture décimale. Le découvreur était le Français Éric Vautier. Le 25 décembre 2011, le couple record est $3\ 756\ 801\ 695\ 685 \times 2666\ 669 \pm 1$; les deux nombres possèdent 200 700 chiffres.

1.2 Préambule

Avant d'aborder les nombres premier jumeaux ,je vais mettre en évidence une construction qui va permettre d'écrire un nombre premier. Cette construction ce fera à partir d'une Primorielle. Par définition, chaque entier plus grand que 1 est donc soit un nombre premier, soit un nombre composé et si le nombre et un nombre composé il a au moins un facteur premier plus petit ou égale a sa racine carré, puis pour bien mettre en évidence la construction qui va permettre d'écrire les nombres premiers je vais numéroter tous les nombres premiers $2 = P_1, 3 = P_2, 5 = P_3, 7 = P_4, \dots m = P_n$

à partir de ces éléments je vais utiliser le mécanisme de la mise en facteur pour être sur et certain que le nombre ainsi créé est bien un nombre premier

$$2310 = 2.3.5.7.11$$

$$X = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5$$

$X = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5 - Y$ avec Y premier tel que $\sqrt{(X)} < P_{5+1}$
alors X est premier

Démonstration

$$107 = 2.3.5.7.11 - 2203$$

$$\sqrt{(107)} < 13$$

Il n'existe aucun facteur commun entre 2203 et 2, 3, 5, 7, 11 parce que 2203 est nombre premier et $\sqrt{(107)} < 13$ donc 107 est un nombre premier l'on peut bien entendu élargir la précédente définition

$$109 = 2.3.5.7.11 - 71.31$$

$$\sqrt{(109)} < 13$$

il y a tout les facteurs premier possible inférieur à la racine carré du résultat, et il est donc impossible de mettre l'un d'eux en facteur donc le résultat de la soustraction est un nombre premier

1.3 Proposition de démonstration

à partir la précédente construction je peux donc écrire un nombre premier jumeaux

$$17 = 2.3.5.7.11.13 - 30013$$

$$19 = 2.3.5.7.11.13 - 30011$$

$$17 = 2.3.5.7.11.13.23.29 - 20029993$$

$$19 = 2.3.5.7.11.13.23.29 - 20029991$$

$$17 = 2.3.5.7.11.23.29.31.37.41.43.47 - 146437195186573$$

$$19 = 2.3.5.7.11.23.29.31.37.41.43.47 - 146437195186571$$

$$P_{j_0} = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5.P_6...P_n - P_{j_1}$$

donc tout les nombres premiers jumeaux P_{j_1} sont génétateur de nombre premier jumeaux P_{j_0} avec $P_{j_0} < P_{j_1}$ à condition que tout les facteurs premier inferieur à la racine carré soient présent dans l'écriture ce qui est toujours possible

$$P_{j_0} = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5.P_6...P_n - P_{j_1}$$

avec

$$\sqrt{(P_{j_0})} < P_{n+1}$$

donc comme un grand nombre premier jumeaux est obligatoirement générateur d'un plus petit nombre premier jumeaux , il existe donc une infinité de nombre premier jumeaux parceque le plus grand des nombres premier jumeaux que l'on connaisse est le resultat d'un cacul qui fait intervenir un nombre premier jumeaux encore plus grand ici P_{j_1}

je peux aussi aborder la démonstration différemment

$$281 = 2.3.5.7.11 - 2029, 283 = 2.3.5.7.11 - 2027$$

$$2029 = 2.3.5.7.11 - 281, 2027 = 2.3.5.7.11 - 283$$

$$2029 = 2.3.5.7.11 - (13.17.19.23.29.31.37.41.43 - 2.2.1415883260933)$$

$$2029 = 2(3.5.7.11 + 2.1415883260933) - 13.17.19.23.29.31.37.41.43$$

$$2029 = 2.2831766523021 - 13.17.19.23.29.31.37.41.43$$

$$2027 = 2.3.5.7.11 - (13.17.19.23.29.31.37.41.43 - 2.3.5.99347.1900253)$$

$$2027 = 2.3.5.7.11 - 13.17.19.23.29.31.37.41.43 + 2.3.5.99347.1900253$$

$$2027 = 2.3.5.(7.11 + 99347.1900253) - 13.17.19.23.29.31.37.41.43$$

$$2027 = 2.3.5.(2^2.3.15732036239) - 13.17.19.23.29.31.37.41.43$$

$$2027 = 2^3.3^2.5.15732036239 - 13.17.19.23.29.31.37.41.43$$

il n'y a aucune mise en facteur possible d'un nombre premier **plus grand** que la racine et éligible a la factorisation du resultat $47^2 = 2209$,alors pour construire un très grand nombre premier jumeaux je prend deux entiers tel que $n_1 - n_2 = 2$ puis je soustrait tout les facteurs éligible à la factorisation (voir calcule précédent) avec bien sur n_1 et n_2 dépourvue de facteur éligible et donc si je peux construire un grand nombre premier jumeaux ,je peux en construire un autre encore plus grand et donc il y en a une infinité

1.4 Proposition Analytique

il existe une autre manière plus analytique d'aborder le problème mais avant il faut que je fasse une petite digression si je considère deux entiers composés consécutif et que l'un d'entre eux est composé d'un grand nombre premier l'autre sera composé d'une multitude de nombre premier parce qu'ils sont composés et consécutifs ensuite si je considère un nombre composé que je trie les facteurs par rapport à la racine carré si la valeur des facteurs inférieure à la racine augmente la progression de la valeur de l'entier composé augmente plus vite que si c'est la valeur des facteurs supérieure à la racine qui augmente à partir de ce simple constat logique je propose de l'appliquer à la construction précédemment décrite

$$n = P_1.P_2.P_3.P_4.P_5.P_6...P_n - P_{j_1}$$

puis de faire progresser la valeur

$$n_x = x.(P_1.P_2.P_3.P_4.P_5.P_6...P_n) - P_{j_1}$$

ce qui va créer des puissances sur les facteurs premiers consécutif $P_1...P_n$ avec $n_{x_1} < n_{x_2} < n_{x_3}... < n_{x_n}$ et n sera composé de nombres premiers plus grand que p_n mais comme n augmente, cette augmentation le fera converger vers un nombre premier parce que les facteurs $P_1...P_n$ ne pourront pas être présent par construction et aussi parce que l'augmentation de n ne pourra pas toujours être composée de grand facteur premier parce que n augmente moins vite

- 1.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 30001 : 19.1579
- 2.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 60031 : 173.347
- 3.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 90061 : 113.979
- 4.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 120091
- 5.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 150121 : 23.61.107
- 6.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 180151 : 47.3833
- 7.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 210181 : 101.2081
- 8.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 240211 : 89.2699
- 9.(2.3.5.7.11.13) - 29 = 270241

je suis bien conscient que cette approche est plus ardue que de simplement constater qu'un nombre premier jumeaux est générateur d'un autre nombre premier jumeaux

Références

1. ↑ [Wikipedia Nombres premiers jumeaux](#)
2. ↑ [liste des 20000 nombres premier jumeaux](#)