

# Cryptographie Asymétrique : Description d'un nouveau cryptogramme

Rémy Aumeunier  
remy.aumeunier@libertysurf.fr

Amateur

**Résumé** En cryptographie asymétrique, l'un des principaux défis consiste à définir un point d'arrêt. Le schéma qui suit est basé sur une construction mathématique qui n'est pas utilisée, à ma connaissance, dans ce contexte. Cette approche a été publiée sur un forum spécialisé et étudiée par certains contributeurs habituels voir [newsgroup Usenet : sci.crypt](#)

## 1 Introduction

Le chiffrement asymétrique est apparu en 1976<sup>1</sup>, avec la publication d'un ouvrage sur la cryptographie publié par Whitfield Diffie et Martin Hellman ; mais aussi par *RalphMerkle*<sup>2</sup> à la même époque. Le cryptosystème asymétrique utilise 2 clés : une clé publique et une clé privée, ou secrète. Lorsque 2 personnes (nommées par convention Alice et Bob) veulent échanger des informations via un canal ouvert ou publique, Alice publie une clé publique, Bob code son message avec la clé public d'Alice et met à disposition d'Alice le résultat du chiffrement. Puis Alice avec sa clé privée récupère les informations codées par Bob.

### 1.1 État de l'art

Les algorithmes de cryptographie asymétrique peuvent être regroupés en 3 grandes familles. Les plus connus sont les cryptogrammes de type RSA. Cet algorithme a été décrit en 1977 par Ronald Rivest, Adi Shamir et Leonard Adleman. Il y a aussi les cryptogrammes à courbe elliptique proposés de manière indépendante, par *NealKoblitz*<sup>4</sup> et *VictorMiller*<sup>3</sup> en 1985. Une courbe elliptique est un cas particulier de courbe algébrique avec laquelle on peut faire une addition, ce qui permet de définir un échange de clés de type Diffie-Hellman. Enfin, le chiffrement El Gamal qui est un algorithme de cryptographie asymétrique fondé sur le problème du logarithme discret créé par l'Égyptien Taher Elgamal, doctorant de l'université de Stanford.

## 1.2 Préambule

Quelques relations mathématiques

$$a^6 - b^6 = (a - b).(a^5 + a^4.b + a^3.b^2 + a^2.b^3 + a.b^4 + b^5)$$

$$b^n < (a - b) \quad a^n \equiv b^n \text{ mod}(a - b)$$

$$x = b + c \quad y = b \quad n = 6$$

$$x^n - y^n = (x - y).(x^5 + x^4.y + x^3.y^2 + x^2.y^3 + x.y^4 + y^5)$$

$$a^n / (a - y) \equiv (x^5 + x^4.y + x^3.y^2 + x^2.y^3 + x.y^4 + y^5) \text{ mod}(a - x)$$

$$x^n - y^n = (x - y).(a^n / (a - y) \text{ mod}(a - x))$$

$$(b+c)^6 - b^6 = ((b+c)-b).(b^5 + b^4.(b+c) + b^3.(b+c)^2 + b^2.(b+c)^3 + b.(b+c)^4 + (b+c)^5)$$

$$(b+c)^6 - b^6 = (c.(b^5 + b^4.(b+c) + b^3.(b+c)^2 + b^2.(b+c)^3 + b.(b+c)^4 + (b+c)^5)$$

$$(b+c)^6 = b^6 + (c.(b^5 + b^4.(b+c) + b^3.(b+c)^2 + b^2.(b+c)^3 + b.(b+c)^4 + (b+c)^5)$$

$$(b+c)^6 = b^6 + c.(a^n / (a - b) \text{ mod}(a - (b+c)))$$

## 2 Présentation du schéma cryptographique

Tout le cryptosystème peut se résumer par

$$(b+c)^n < (a-b) \quad (b+c)^n = b^n + c.(\frac{a^n}{a-b}) \text{ mod}(a - (b+c))$$

Alice

$$(\frac{a^n}{a-b}) \quad , \quad (a-b)$$

Bob

$$(\frac{a^n}{a-b}) \text{ mod}(a - b - c)$$

Alice recherche par dichotomie  $(b+c)^n = b^n + c.bob$

## 2.1 Renforcement de la sécurité

Pour éviter de faire une hypothèse sur  $a^n$

$$ClefPublicAlice1.ClefPublicAlice2 = \frac{a^n}{(a-b)} \cdot (a-b)$$

Alice modifie sa ClefPublicAlice1 puisque

$$\begin{aligned} & \left( \left( \frac{a^n}{a-b} \right) \bmod (a-b-c) + \left( \frac{a^m}{a-b} \right) \bmod (a-b-c) \right) \bmod (a-b-c) \\ &= \left( \frac{a^n + a^m}{a-b} \right) \bmod (a-b-c) \end{aligned}$$

donc Alice publie

$$\left( \frac{a^n + a^m}{a-b} \right) \quad , \quad (a-b)$$

et pour éviter

$$\begin{aligned} & (PublicAlice1.PublicAlice2) \bmod (unFacteurde \quad a^n) = 0 \\ & \left( \frac{a^n + a^m}{a-b} \right) \cdot (a-b) \bmod (a) = 0 \end{aligned}$$

Alice introduit un léger bruit

$$\left( \frac{a^n + a^m}{a-b} + bruit \right) \quad , \quad (a-b)$$

puis elle recherche par dichotomie  $(b-c)^n + (b-c)^m$

$$(b+c)^n + (b+c)^m = b^n + b^m + c \cdot \left( \frac{a^n + a^m}{a-b} \right) \bmod (a-b-c)$$

cf. 5 Application numérique

## 3 Unicité de la solution trouvée par Alice

Pour un a, b et n donné il ne peut y avoir qu'une seule valeur pour c dans

$$(b+c)^n = b^n + c \cdot \left( \frac{a^n}{a-b} \right) \bmod (a-b-c)$$

ou

$$(b+c)^n + (b+c)^m = b^n + b^m + c \cdot \left( \frac{a^n + a^m}{a-b} \right) \bmod (a-b-c)$$

de manière plus mathématique la simple remarque

$$si \quad b^n < (a-b) \quad alors \quad (a^n) \bmod (a-b) = b^n$$

cf. arithmétique modulaire suffit à garantir la bijection

## 4 Domaine d'application

Pour que le cryptogramme fonctionne ,il faut que

$$(b + c)^n < (a - b)$$

donc  $a$  doit être grand devant  $(b - PrivateBob)^n$  comme par définition je ne peux pas connaître PrivateBob je peux imaginer une règle qui limite le nombre de chiffres de PrivateBob par rapport aux clefs publiques par exemple  $a$  possède 10,20,30,...,100 fois plus de chiffres que  $c$

## 5 Application numérique

Sous linux Ctrl+Alt+T exécuter bc puis un copier /coller

```
#####Alice#####
n=5
m=7
bruit=101 #To avoid having to (publicalice1.publicalice2)%a=0
a=132135156165211321^13+3213213215615146161
b=121454784

publicalice1=((a^n+a^m)/(a-b)-bruit)
publicalice2=a-b
#####
#####Bob#####
privatebob=1574126544574
publicbob= publicalice1%(publicalice2-privatebob)
#####
#####Alice#####
r=1
bornsup=publicbob
borninf=0
while(r!=0)
{
c=(borninf+bornsup)/2
r=((c*(publicbob)+b^n+b^m-(b+c)^n-(b+c)^m)/bruit+c
if(r<0){bornsup=c}
if(r>0){borninf=c}
}
print "privatebob=";c
#####
#####Eve#####
z=0
while(publicbob-publicalice1%(publicalice2-z)!=0)
{
z=z+1
}
#####
```

## 6 Etude de la sécurité Attaques possibles

### 6.1 L'attaque des clefs *ClefPubliqueAlice*

Alice rend publique deux valeurs

$$\frac{a^n + a^m}{(a - b)} + bruit \quad , \quad (a - b)$$

pour l'instant j'ai trouvé aucune attaque

### 6.2 L'attaques de la *ClefPubliqueBob*

donc à partir de

$$ClefPublicAlice1 = \frac{a^n + a^m}{(a - b)} + bruit$$

$$ClefPublicAlice2 = (a - b)$$

$$ClefpublicBob = (ClefPublicAlice1) \bmod (ClefPublicAlice2 - ClefPriveeBob)$$

$$ClefPublicbob = \left( \frac{a^n + a^m}{(a - b)} + bruit \right) \bmod (a - b - c)$$

pour l'instant j'ai trouvé aucune attaque

### 6.3 L'attaque par force brute

Comme le décrit l'attaque cela consiste à essayer toutes les combinaisons possibles donc plus privatebob est grand plus la recherche sera longue

```
z=0
while(publicbob - publicalice1%(publicalice2 - z) != 0)
{
    z=z+1
}
```

## 7 Cryptanalyse

### 7.1 Attaque sur texte chiffré

Une attaque sur texte chiffré seulement consiste à retrouver la clé de déchiffrement à partir d'un ou plusieurs textes chiffrés donc

$$Clef_{publicBob_1} = \left(\frac{a^n}{a-b}\right) \bmod (a-b-c_1)$$

$$Clef_{publicBob_2} = \left(\frac{a^n}{a-b}\right) \bmod (a-b-c_2)$$

...

$$Clef_{publicBob_n} = \left(\frac{a^n}{a-b}\right) \bmod (a-b-c_n)$$

pour l'instant j'ai trouvé aucune attaque

### 7.2 Attaque sur texte clair connu

Une attaque sur texte clair connu consiste à retrouver la clé de déchiffrement à partir d'un ou plusieurs textes chiffrés, connaissant le texte en clair correspondant cette attaque ne concerne pas la cryptanalyse asymétrique

### 7.3 Attaque sur texte clair choisi

Une attaque sur texte clair choisi consiste à retrouver la clé de déchiffrement à partir d'un ou plusieurs textes chiffrés, l'attaquant ayant la possibilité de générer du chiffre à partir de textes en clair cette attaque ne concerne pas la cryptanalyse asymétrique

### 7.4 Attaque sur texte chiffré choisi

Une attaque sur texte chiffré choisi consiste à retrouver la clé de déchiffrement à partir d'un ou plusieurs textes chiffrés, l'attaquant ayant la possibilité de générer du chiffre à partir de textes en clair cette attaque ne concerne pas la cryptanalyse asymétrique

## 8 Variation possible

## 9 Recommandation pour une mise en oeuvre

## 10 Licence et droit de propriété intellectuelle

Domaine public ou libre de toute contrainte ou notion de propriété

## 11 Mise en garde

Compte tenu du fait que la création d'un schéma de cryptographie asymétrique est l'une des choses les plus difficiles auxquelles je me suis retrouvé confronté, je vous conseille vivement la plus grande prudence. Autrement dit, je ne suis pas censé réussir à ce jeu, donc ...

### Références

1. ↑ W. Diffie and M.E. Hellman, Multiuser cryptographic technics, Proceedings of AFIPS National Computer Conference, 109-112, 1976
2. ↑ A.J. Menezes, P.C Van Oorschot, S.A. Vanstone, Handbook of applied cryptography, CRC Press, 1997, p. 47
3. ↑ V. Miller, « Use of elliptic curves in cryptography », dans CRYPTO, n°85, 1985.
4. ↑ Neal Koblitz, « Elliptic curve cryptosystems », dans Mathematics of Computation, n°48, 1987, p.203–209