Nombres premiers jumeaux

En mathématique, deux nombres premiers jumeaux sont deux nombres premiers qui ne diffèrent que de deux.

La conjecture des nombres premiers jumeaux affirme qu'il existe une infinité de nombres premiers jumeaux.

Bien que la plupart des chercheurs en théorie des nombres pensent que cette conjecture est vraie, elle n'a jamais été démontrée. Ils se basent sur des observations numériques et des raisonnements heuristiques utilisant la distribution probabiliste des nombres premiers.

Au 15 janvier 2007, les plus grands nombres premiers jumeaux connus sont $2003663613 \times 2^{195000} \pm 1$, qui possèdent 58 711 chiffres en écriture décimale et furent découverts par Éric Vautier dans le cadre des projets de calcul distribué *Twin Prime Search* et *PrimeGrid*[1].

A partir de ce constat , je vous propose une démonstration analytique.

Notation : tous les P sont des nombres premiers , et l'indice représente son numéro
par exemple : P1=2, P2=3, P3=5, P4=7, P5=11, P6=13, etc...

en utilisant cette notation , je construis cette relation

$$(P1 \cdot P2 \cdot P3 \cdot P4 \cdot P5 \ldots \cdot Pn) - P(n+x) = X$$

que je vous propose d'analyser.

X ne peut pas être un multiple de P1, P2,..., Pn
parce que P(n+x) ne contient pas les facteurs P1, P2,..., Pn,
P(n+x) est un nombre premier

donc, il n'y a pas par définition de facteur commun
entre le produit $(P1 \cdot P2 \cdot P3 \cdot P4 \cdot P5 \ldots \cdot Pn)$ et $P(n+x)$

ensuite, si P(n+x) augmente, cela implique que X diminue
si X est plus petit que $P(n+1)^2$ alors X est premier

par exemple
$(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11) = 2310$ $13^2 = 169$

donc dans
$(P1 \cdot P2 \cdot P3 \cdot P4 \cdot P5 \ldots \cdot Pn) - P(n+x) = X$ si $P(n+x) = 2203$

$(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11) - 2203 = 107$

107 ne peut pas avoir comme facteur 2,3,5,7,11 et comme il est plus petit que 13^2
il ne peut pas avoir 13 comme facteur, donc il ne peut qu' être premier puisqu'il n'y a pas d'autre facteur disponible pour décomposer X

ensuite, on remarque que cette démonstration analytique est vraie, même si le produit contient des puissances ou s' il y a d'autres facteurs

$(P1^{m1}\cdot P2^{m2}\cdot P3^{m3}\cdot P4^{m4}\cdot P5^{m5}\ldots\cdot Pn^{m})-P(n+x)=X$
si X est plus petit que $P(n+1)^2$ alors X est premier

la différence réside dans la valeur de $P(n+x)$

$(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5\ldots\cdot Pn\cdot P(n+m1)\cdot P(n+m2))-P(n+x)=X$
si X est plus petit que $P(n+1)^2$ alors X est premier

la différence réside dans la valeur de $P(n+x)$ *avec bien sûr m1, m2, mx plus grands que 1*

on se rend compte aussi que $P(n+x)$ n'a pas besoin d'être premier
il lui suffit de n'avoir aucun facteur en commun avec le produit

$(P1^{m1}\cdot P2^{m2}\cdot P3^{m3}\cdot P4^{m4}\cdot P5^{m5}\ldots\cdot Pn^{m})-(P(n+x)\cdot P(n+y))=X$

avec X toujours plus petit que $P(n+1)^2$ ce qui ne nous aide pas vraiment pour les nombres premiers jumeaux donc

toujours à partir de cette relation, je vais maintenant faire converger X vers un nombre premier, je vous propose donc d'appréhender la convergence d'un point de vue analytique

mais avant un petit rappel ou mise en situation soit n un entier non premier

à partir de sa factorisation, je crée 2 nombres dont l'un est plus grand que ça $\sqrt{(n)}$
que j'appelle q, et l'autre plus petit que ça $\sqrt{(n)}$ que j'appelle p

donc $p\cdot q=n$

si n augmente par ajout $n_1=n_0+m$ en fonction de la progression de n, p et q varient

(1)si p et q augmentent tous les deux, la progression arithmétique de n est conséquente
11·17 devient 13·19

(2) si p le facteur plus petit que $\sqrt{(n)}$ augmente et que q reste inchangé
la progression arithmétique de n est moins forte que le cas (1)
11·17 devient 13·17

(3)si p le facteur plus petit que $\sqrt{(n)}$ diminue et que q augmente légèrement
la progression arithmétique de n est moins forte que le cas (1) et peut être moins forte que le cas (2) 11·17 devient 7·23

l'on comprend bien qu' en fonction de la progression arithmétique de n, les 2 nombres p et q, pas obligatoirement premiers, ont une évolution différente et que si la progression est faible l'écart entre p et q augmente

après ce petit rappel

donc à partir du cas (3), si je bloque par construction la descente de p, mais
que malgré tout il y a une progression sur n, le résultat n'aura pas d'autre choix que d'être premier
donc par construction à partir de $(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)-P(n+x)=X$ j'interdis la présence des petits facteurs dans X et comme je fais croître le produit $(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)$ par addition de lui même ou en faisant croître les puissances du produit , alors X sera premier à condition que le résultat n'oscille pas entre le cas (2) et (3) si cela est le cas une modification du produit permettra de faire converger X vers un nombre premier où il suffira de réduire la progression en vérifiant que le résultat ne contienne pas le nombre premier $P(n+x)$

$(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)+m-P(n+x)=X$ avec
$((P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)+m)\equiv(P(n+x))!=0$

ou le reste de la division de la construction
$((P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)+m)$ par $P(n+x)$ ne doit pas être égale à zéro

on choisira m de manière à conserver les petits facteurs mais plus petits que le produit
$[(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)+(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4)]-P(n+x)=X$

dit différemment, la progression arithmétique de X est plus lente que la progression arithmétique liée à la décomposition en facteurs donc à un moment X sera premier parce que on ne peut pas le décomposer avec des petits facteurs

application numérique

$1\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=30001:19\cdot1579$
$2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=60031:173\cdot347$
$3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=90061:113\cdot797$
$2\cdot2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=120091$
$5\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=150121:23\cdot61\cdot107$
$2\cdot3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=180151:47\cdot3833$
$7\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=210181:101\cdot2081$
$2\cdot2\cdot2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=240211:89\cdot2699$
$3\cdot3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-29=270241:270241$

$1\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=29999=131\cdot229$
$2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=60029:60029$
$3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=90059:90059$
$2\cdot2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=120089:29\cdot41\cdot101$
$5\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=150119:19\cdot7901$
$2\cdot3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=180149:17\cdot10597$
$7\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=210179:67\cdot3137$
$2\cdot2\cdot2\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=240209:240209$
$3\cdot3\cdot(2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13)-31=270239:270239$

donc maintenant, nous avons une relation qui converge vers un nombre premier en fonction d'une progression arithmétique et l'on remarque aussi que l'on peut construire une infinité de produits qui convergent vers une infinité de nombres premiers

à partir de maintenant je vais introduire 2 nombres premiers $P(n+x)$ et $P(n+x+1)$ qui sont consécutifs et jumeaux ce qui donne X1 et X2

$$X1=(P1^{m1}\cdot P2^{m2}\cdot P3^{m3}...\cdot P(n1)^{m4}\cdot P(n2)^{m5})-P(n+x)$$
$$X2=(P1^{m1}\cdot P2^{m2}\cdot P3^{m3}...\cdot P(n1)^{m4}\cdot P(n2)^{m5})-P(n+x+1)$$

l'écart de 2 entre X1 et X2 est obtenu par la présence de P(n+x) et P(n+x+1) qui sont jumeaux puisque le produit $(P1^{m1}\cdot P2^{m2}\cdot P3^{m3}...\cdot P(n1)^{m4}\cdot P(n2)^{m5})$ est le même dans X1 et X2
donc X1 , X2 seront jumeaux s' ils sont premiers ce qui est maintenant devenu une simple formalité puisque l'on peut faire converger X1 et X2 vers un nombre premier

étant bien entendu qu'il ne faut pas que P(n+x) et P(n+x+1) soient présents dans le produit ,
on vient donc de démontrer par l'analyse, que l'on peut construire une infinité de nombres premiers jumeaux

conséquence

optimisation de quelques tests de primalité, à pondérer au vu de la taille des factoriels
on remarque qu'il faut être en mesure de factoriser X pour faire converger Y vers un nombre premier et on observe que le produit n'a pas vocation à contenir tous les nombres premiers inférieurs, ce qui implique une multitude de combinaisons pour le produit

ce qui ne permet pas de simplifier à mon avis la factorisation pour RSA cela
déplace la problématique du choix de mon point de vue

référence
http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombres_premiers_jumeaux
http://fr.wikipedia.org/wiki/Test_de_primalité
http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_premier

ce document reprend, pour ce qui concerne la présentation des nombres premiers jumeaux,
une partie de l' excellent wiki consacrée à la conjecture
et par la même, j'en profite pour remercier les différents auteurs et contributeurs au projet Wikipédia

en conclusion, je considère que cette approche est une réédition mise dans un contexte inconnu lors de sa création ou apparition

merci de votre attention

remy aumeunier le 14/12/2009

Twin primes

P1=2, P2=3, P3=5, P4=7, P5=11, P6=13 etc

$$(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)-P(n+z)=X$$

x can not be a multiple of P1, P2 ,..., Pn
because P (n +1) does not contain the factors P1, P2 ,..., Pn,
P (n +1) is a prime number

if P (n + z) is a small value, X can be written with several factors > Pn
the more P (n + z) is large, the less factors X will have

if P (n + z) is a twin primes then
X will also be a prime twin which may be bigger than P (n + z)

$$(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)-P(n+z)=X \qquad p(n+1).\because \qquad X\because.$$

we also note that the product $(P1\cdot P2\cdot P3\cdot P4\cdot P5...\cdot Pn)$
may not contain all the consecutive prime numbers eg:

$$2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 13\cdot 19\cdot 23-392927=800083$$

thanks you for your attention

remy aumeunier